

## 演習問題 No.4

学生番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

by Miyatake with pLATEX 2ε

### 1 用いるモデル

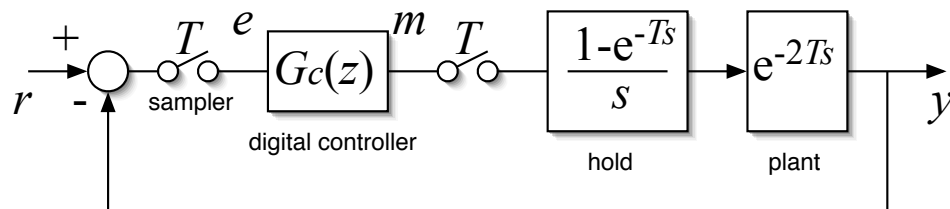


図 1: むだ時間を含むシステムのデジタル制御

図 1 に示すデジタル制御系を考える。プラントの伝達関数には、時間  $2T$  のむだ時間があり、次式で表されるとする。

$$G_0(s) = e^{-2Ts} \quad (1)$$

0次ホールドも含めた全体の伝達関数  $G(s)$  は、次式のようにになる。

$$G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} e^{-2Ts} = \frac{1}{s} (1 - e^{-Ts}) e^{-2Ts} \quad (2)$$

$z$  変換に直す (変換表を利用) と、次式になる。

$$G(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} (1 - z^{-1}) z^{-2} = z^{-2} \quad (3)$$

デジタル制御器  $G_c(z)$  は、有限整定法により次の式を満たすように決める。

$$\frac{G_c(z)G(z)}{1 + G_c(z)G(z)} = \sum_{i=0}^N a_i z^{-i} \quad \left( \sum_{i=0}^N a_i = 1 \right) \quad (4)$$

整理すると、

$$G_c(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{a_0 + \dots + a_N z^{-N}}{1 - a_0 - \dots - a_N z^{-N}} \quad (5)$$

となり、式 (3) を代入すると次式のようにになる。

$$G_c(z) = \frac{a_0 z^2 + a_1 z + a_2 + a_3 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}{1 - a_0 - \dots - a_N z^{-N}} \quad (6)$$

制御器入出力  $E(z), M(z)$  を用いると、次式のようにになる。

$$M(z)(1 - a_0 - \dots - a_N z^{-N}) = E(z)(a_0 z^2 + a_1 z + a_2 + a_3 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}) \quad (7)$$

サンプリング値  $e(0), e(T), e(2T), \dots, m(0), m(T), m(2T), \dots$  を用いて漸化式に直すと、次式のようなになる。

$$\begin{aligned} (1 - a_0)m(iT) &= a_1m((i-1)T) + \dots + a_Nm((i-N)T) \\ &+ a_0e((i+2)T) + a_1e((i+1)T) + a_2e(iT) + a_3e((i-1)T) \\ &+ \dots + a_Ne((i-N+2)T) \end{aligned} \quad (8)$$

$e((i+2)T), e((i+1)T)$  は未来の情報になるので、これを制御に使うことは不可能である。したがって、 $a_0 = a_1 = 0$  でなくてはならない。

有限整定法の条件は  $\sum_{i=0}^N a_i = 1$  である。ここでは  $N = 4$  として  $a_2 = 0, a_3 = a_4 = \frac{1}{2}$  とする。このとき、最終的な漸化式は次のようになる。

$$\begin{aligned} m(iT) &= \boxed{\phantom{0}} m((i-2)T) + \boxed{\phantom{0}} m((i-3)T) + \boxed{\phantom{0}} m((i-4)T) \\ &+ \boxed{\phantom{0}} e(iT) + \boxed{\phantom{0}} e((i-1)T) + \boxed{\phantom{0}} e((i-2)T) \end{aligned} \quad (9)$$

なお、プラントと 0 次ホールドを合わせた特性  $G_z$  は式 (3) で表せるので、プラント入力 (制御器出力)  $m(0), m(T), m(2T), \dots$  と出力  $y(0), y(T), y(2T), \dots$  の関係は次のようになる。

$$y(iT) = \boxed{\phantom{0}} m(iT) + \boxed{\phantom{0}} m((i-1)T) + \boxed{\phantom{0}} m((i-2)T) \quad (10)$$

## 2 制御系の時間応答

$T = 1$  とし、表 1 を埋めるよう式 (9), (10) を計算することで、ステップ入力  $r$  に対して有限整定することを確認せよ。 $y$  はある時点からすべて 1 になるはずである。

表 1: 制御系の時間応答

$t = iT$	$r$	$e = r - y$	$m$	$y$
-4	0	0	0	0
-3	0	0	0	0
-2	0	0	0	0
-1	0	0	0	0
0	1			
1	1			
2	1			
3	1			
4	1			
5	1			
6	1			