大学院講義 「電機制御システム」 2005年11月21日 (月)

演習問題 No.4

学生番号 ____________ 氏名 ____________________

by Miyatake with pLaTeX 2ε

1 用いるモデル

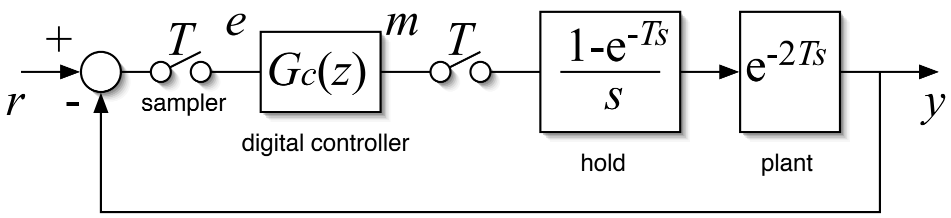

図 1: **むだ時間を含むシステムのディジタル制御**

図1に示すディジタル制御系を考える。プラントの伝達関数には、時間 $2T$ のむだ時間があり、次式で表されるとする。

$$G_0(s) = e^{-2Ts} \tag{1}$$

0次ホールドも含めた全体の伝達関数 $G(s)$ は、次式のようになる。

$$G(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}e^{-2Ts} = \frac{1}{s}(1-e^{-Ts})e^{-2Ts} \tag{2}$$

z 変換に直す（変換表を利用）と、次式になる。

$$G(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}(1-z^{-1})z^{-2} = z^{-2} \tag{3}$$

ディジタル制御器 $G_c(z)$ は、有限整定法により次の式を満たすように決める。

$$\frac{G_c(z)G(z)}{1+G_c(z)G(z)} = \sum_{i=0}^{N} a_i z^{-i} \qquad \left(\sum_{i=0}^{N} a_i = 1\right) \tag{4}$$

整理すると、

$$G_c(z) = \frac{1}{G(z)}\frac{a_0+\cdots+a_N z^{-N}}{1-a_0-\cdots-a_N z^{-N}} \tag{5}$$

となり、式 (3) を代入すると次式のようになる。

$$G_c(z) = \frac{a_0 z^2 + a_1 z + a_2 + a_3 z^{-1} + \cdots + a_N z^{-N}}{1-a_0-\cdots-a_N z^{-N}} \tag{6}$$

制御器入出力 $E(z), M(z)$ を用いると、次式のようになる。

$$M(z)(1-a_0-\cdots-a_N z^{-N}) = E(z)(a_0 z^2 + a_1 z + a_2 + a_3 z^{-1} + \cdots + a_N z^{-N}) \tag{7}$$

サンプリング値 $e(0), e(T), e(2T)\cdots, m(0), m(T), m(2T), \cdots$ を用いて漸化式に直すと、次式のようになる。

$$
\begin{aligned}
(1-a_0)m(iT) &= a_1 m((i-1)T) + \cdots + a_N m((i-N)T) \\
&+ a_0 e((i+2)T) + a_1 e((i+1)T) + a_2 e(iT) + a_3 e((i-1)T) \\
&+ \cdots + a_N e((i-N+2)T)
\end{aligned} \tag{8}
$$

$e((i+2)T), e((i+1)T)$ は未来の情報になるので、これを制御に使うことは不可能である。したがって、$a_0 = a_1 = 0$ でなくてはならない。

有限整定法の条件は $\sum_{i=0}^{N} a_i = 1$ である。ここでは $N = 4$ として $a_2 = 0, a_3 = a_4 = \frac{1}{2}$ とする。このとき、最終的な漸化式は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
m(iT) &= \boxed{} m((i-2)T) + \boxed{} m((i-3)T) + \boxed{} m((i-4)T) \\
&+ \boxed{} e(iT) + \boxed{} e((i-1)T) + \boxed{} e((i-2)T)
\end{aligned} \tag{9}
$$

なお、プラントと 0 次ホールドを合わせた特性 G_z は式 (3) で表せるので、プラント入力（制御器出力）$m(0), m(T), m(2T), \cdots$ と出力 $y(0), y(T), y(2T)\cdots$ の関係は次のようになる。

$$
y(iT) = \boxed{} m(iT) + \boxed{} m((i-1)T) + \boxed{} m((i-2)T) \tag{10}
$$

2　制御系の時間応答

$T = 1$ とし、表 1 を埋めるよう式 (9) , (10) を計算することで、ステップ入力 r に対して有限整定することを確かめよ。y はある時点からすべて 1 になるはずである。

表 1: **制御系の時間応答**

$t = iT$	r	$e = r - y$	m	y
-4	0	0	0	0
-3	0	0	0	0
-2	0	0	0	0
-1	0	0	0	0
0	1			
1	1			
2	1			
3	1			
4	1			
5	1			
6	1			