

## 演習+レポートについて

### 1 線形計画法

ベクトル  $x$  を変数として、(1),(2) 式

$$Ax \leq b \quad (1)$$

$$x \geq 0 \quad (2)$$

の制約条件もとで (3) 式

$$cx \rightarrow \min \quad (3)$$

の目的関数を最小化（または最大化）する。なお、 $x, b$  は縦ベクトル、 $c$  は横ベクトルである。

この問題を解く確立された手法としてシンプレックス法があり、必ず最適解を見つけられるのが特徴である。また、計算機上で線形計画法を解くことのできるツールはいろいろあり、例えば Excel, Mathematica, MATLAB (+ Optimization Toolbox), LPSolve (C Program) などがある。これらは、不等号制約だけではなく、等号制約や整数変数もそのまま扱えるものもある。

本演習では、どこにでもある Excel を使うのが最も簡単であろう。ここでは解説しないが、もちろん他の方法でも構わない。

Excel は、ソルバーという機能を用いる。「ツール」メニュー内に「ソルバー」という項目があるはずである。なければ、「ツール」メニュー内の「アドイン」メニューで「ソルバー」のチェックをオンにする。使い方の詳細は、

[http://www.infra.kochi-tech.ac.jp/takagi/CL4\\_98/LP.html](http://www.infra.kochi-tech.ac.jp/takagi/CL4_98/LP.html)

などを参照のこと。

### 2 演習問題に用いる電力供給モデル

図 1 に示す自然エネルギーを活用した電力供給モデルを考え、線形計画法を用いることにより設備規模および運用の最適化を行う。

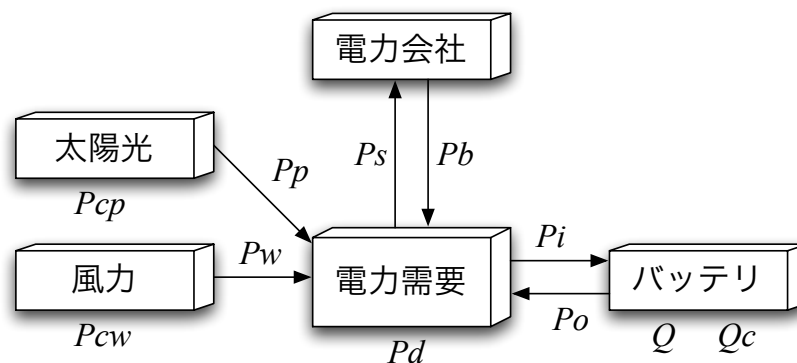


図 1: 電気エネルギーの流れ

## 2.1 使用する変数・定数

まず、ここで使用する変数や定数を表1にまとめる。(i)が付いているものは時間帯や季節数の分だけ変数があることを示す。ここでは、1日を朝(4:00~10:00)、昼(10:00~16:00)、夕(16:00~22:00)、夜(22:00~4:00)の4つに分けるが、季節による変化等を考慮しない。よって、 $i = 1, 2, 3, 4$ であり、それぞれ朝、昼、夕、夜を表す。

表 1: 変数・定数の説明

変数	単位	説明	ここでの値
$P_{cp}$	kW	太陽光の設備容量 (最大発電量)	–
$P_{cw}$	kW	風力の設備容量 (最大発電量)	–
$Q_c$	kWh	バッテリーの設備容量 (最大貯蔵量)	–
$C_p$	円 / kW	太陽光の単位容量あたり設備コスト	700,000
$C_w$	円 / kW	風力の単位容量あたり設備コスト	500,000
$C_q$	円 / kWh	バッテリーの単位容量あたり設備コスト	100,000
$P_b(i)$	kWh / h	電力会社から購入する電力量 (1時間平均)	–
$P_s(i)$	kWh / h	電力会社に売る電力量 (1時間平均)	–
$C_e(1)$	円 / kWh	電力会社の電気料金 (朝)	20
$C_e(2)$	円 / kWh	電力会社の電気料金 (昼)	25
$C_e(3)$	円 / kWh	電力会社の電気料金 (夕)	20
$C_e(4)$	円 / kWh	電力会社の電気料金 (夜)	6
$P_d(i)$	kWh / h	電力需要 (1時間平均)	表 2
$P_p(i)$	kWh / h	太陽光で発電した電力量 (1時間平均)	–
$P_w(i)$	kWh / h	風力で発電した電力量 (1時間平均)	–
$P_i(i)$	kWh / h	バッテリーに充電された電力量 (1時間平均)	–
$P_o(i)$	kWh / h	バッテリーが放電した電力量 (1時間平均)	–
$Q(i)$	kWh	バッテリーが蓄えている電力量	–
$\alpha$	–	T時間後のバッテリー残量比	0.95
$\beta$	–	バッテリーが1時間で放出できる電力量と設備容量との比	0.1
$\eta$	–	バッテリー充放電用コンバータ効率	0.95
$T$	h	1時間帯分の時間	6
$Y$	year	使用年数	10
$K$	–	売電/買電価格比	0.9

ここでは、必要なエネルギーを全て電気で賄うオール電化住宅を想定している (ただし、給湯についてはとりあえず無視)。よって、表1の電気料金は、オール電化住宅向けのプランに準じている<sup>1</sup>。

電気料金の詳細は、

<http://www.tepco.co.jp/e-rates/custom/shiryoutanka/dentou-j.html> (一般向け電気料金)

[http://www.tepco.co.jp/e-rates/custom/erabu/type\\_d/index-j.html](http://www.tepco.co.jp/e-rates/custom/erabu/type_d/index-j.html) (電化上手)

<http://www.tepco.co.jp/partner/pricing-pc/shinene-j.html> (自然エネルギーの売電)

などを参照のこと。

<sup>1</sup>本当のプランは、時間帯がやや異なる。

## 2.2 制約条件式

### 2.2.1 需要と供給のバランス

電力の供給量は需要量以上でなくてはならない。左辺を供給、右辺を需要として、(4) 式の関係が得られる。

$$P_b(i) - P_s(i) + P_p(i) + P_w(i) - P_i(i) + P_o(i) \geq P_d(i) \quad (4)$$

### 2.2.2 自然エネルギー

太陽光の発電量に関しては、昼間の平均出力を設備容量の 1/2 以下、朝・夕の平均出力を設備容量の 1/4 以下とし、夜は発電できないと仮定する。したがって、(5) 式の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} P_p(1) &\leq \frac{1}{4}P_{cp} \\ P_p(2) &\leq \frac{1}{2}P_{cp} \\ P_p(3) &\leq \frac{1}{4}P_{cp} \\ P_p(4) &\leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

風力の発電量に関しては、時間帯によらず設備容量の 1/3 以下と仮定する。したがって、(6) 式の関係が得られる。

$$P_p(i) \leq \frac{1}{3}P_{cp} \quad (6)$$

### 2.2.3 バッテリ

バッテリーの貯蔵量は、設備容量を超えてはならないので、(7) 式の関係が得られる。

$$Q(i) \leq Q_c \quad (7)$$

バッテリーの入出力と貯蔵量には、(8) 式の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} Q(1) &\leq \alpha Q(4) + T\{\eta P_i(1) - \frac{1}{\eta}P_o(1)\} & (i=1) \\ Q(i) &\leq \alpha Q(i-1) + T\{\eta P_i(i) - \frac{1}{\eta}P_o(i)\} & (i=2,3,4) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

バッテリーは急速充放電は不可能であり、入出力エネルギーには容量に比例した大きさの上限がある。よって、(9) 式の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} P_i(i) &\leq \beta Q_c \\ P_o(i) &\leq \beta Q_c \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

### 2.2.4 売電量の制約

売電量は、とりあえず自然エネルギー発電量を超えないものとする<sup>2</sup>。よって、(10) 式の関係が得られる。

$$P_s(i) \leq P_p(i) + P_w(i) \quad (10)$$

<sup>2</sup>この制約を付けないと、大量のバッテリーを購入して、電気料金の安い夜に電気を大量に買って、昼に電力会社に売り付ける、という状況が発生する可能性がある。

### 2.2.5 変数そのものの制約

全変数は非負であるので、(11) 式が成り立つ<sup>3</sup>。

$$(\text{全変数}) \geq 0 \quad (11)$$

### 2.3 目的関数

全設備を  $Y$  年間使用する<sup>4</sup>とし、設備の導入コスト（太陽光、風力、バッテリーの購入代金）と  $Y$  年間の運用コスト（電気料金）の和を最小化する。目的関数は (12) 式の通りとなる。年間の平均コストは  $E/Y$  で求められる。

$$E = \underbrace{C_p P_{cp} + C_w P_{cw} + C_q Q_c}_{\text{設備コスト}} + \underbrace{T \cdot 365 \cdot Y \cdot \sum_{i=1}^4 \{C_e(i) P_b(i) - K C_e(i) P_s(i)\}}_{\text{運用コスト}} \quad (12)$$

なお、係数  $K$  は、現在の料金体系では売電と買電の価格が同じなので  $K = 1$  であるが、 $K = 1$  とすると、 $P_b(i) - P_s(i)$  さえ同じなら  $P_b(i), P_s(i)$  の値自体は何でもよいことになる。非負変数を使うとこのような表現になってしまうのだが、解の収束性を考えると問題がある。 $P_b(i), P_s(i)$  はどちらかが 0 であるべきであり、 $P_b(i), P_s(i)$  とも正の値を持たないよう工夫が必要となる。ここでは、とりあえず  $K = 0.9$  とし、買電価格の 90% の価格で自然エネルギーの電力を売ることができるとし、見かけ上の無駄な売買をなくしてどちらかの値が 0 になるようにしている。

### 2.4 需要データ

電力需要の例を表 2 に示す。

表 2: 1 時間あたりの需要

	朝電力 $P_d(1)$	昼電力 $P_d(2)$	夕電力 $P_d(2)$	夜電力 $P_d(2)$
	[kWh / h]	[kWh / h]	[kWh / h]	[kWh / h]
一般家庭	0.5	0.3	0.7	0.1

## 3 演習問題

### 3.1 予備問題

表 1, 2 等に与えられた初期条件で最適化を行ってみよ。多分、太陽光・風力・バッテリーは高コストのため全く利用されないであろう。

<sup>3</sup>Excel ファイルでは、明示的に制約を与えなくても非負として処理している。

<sup>4</sup>超低金利時代のため、資本回収係数は考慮しないものとする

## 3.2 本題

このモデルが自分の家庭だとして、太陽光、風力やバッテリーの価格がどこまで下がれば購入したいと思うか。このモデルを利用して検討し、数値的根拠とともに示せ<sup>5</sup>。

具体的には、太陽光や風力の価格を色々に変化させ<sup>6</sup>て、これらの設備の導入量の推移を見ればよい。横軸に価格、縦軸にその機器の設備量や総コストなどを取ったグラフを書かせると分かりやすい。

価格の下げ方は、どれか1つに着目してもよいし、複数を同時に下げてもよいだろう。各自分析の仕方を工夫してみることに。

需要データなどは与えられたものではなく、例えば、夜により多く使う、など自分の家庭の特徴に合わせたものを使用しても良い。条件設定は、様々に変えてみて解の傾向を見てみると面白い。各自の工夫を望む。

## 3.3 計算結果のまとめ方

計算結果は、目的関数（総コスト）だけではなく、各変数の値にも着目して考察せよ。特に、各設備の導入量 ( $P_{cp}, P_{cw}, Q_c$ ) や、売買電力量 ( $P_b, P_s$ ) は重要である。また、各時間帯の電力が何で賄われているかも確かめよ。

演習の計算結果は、レポートとしてまとめること。まとめる際は、図2のような棒グラフや折れ線グラフ等を用い、横軸と縦軸を何にすべきかを考えてわかりやすく結果を示すこと。結果だけではなく、例えば「太陽電池とバッテリーの価格低下が同時に起こらないと導入は厳しい」などの考察も忘れないこと。

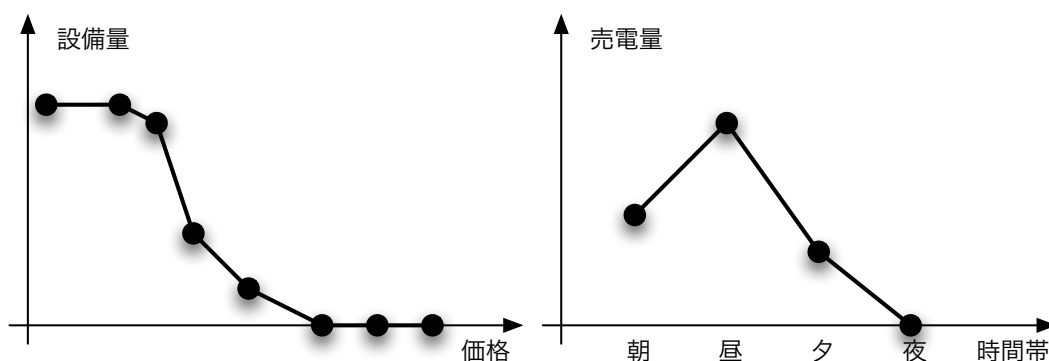


図 2: グラフの例

## 4 Excel ファイルの配布

本演習を自力で短時間のうちにこなすのは難しいと考え、予め各数値や式を作成して線形計画問題を解けるような状態にした Excel ファイルを配布する。指定された場所の数値を変更してソルバーで計算させるだけで、最低限の最適化計算ができるはずである。

ファイルは下記のアドレスからダウンロードできる。2004 年度版を使用すること。

<http://power.ee.sophia.ac.jp/~miyatake/lecture/energy/>

間違いがあるかもしれないので、念のため確認して用いること。

<sup>5</sup>もちろん、ここで得られた結果は条件が変わったり、モデルで表現されていない要素を含めることで、大いに変わり得る。

<sup>6</sup>こういう分析を感度分析と呼ぶ。

## 5 レポートの提出

締切は、2005年1月31日(月)の13:00とする。3-243B室に直接紙で提出してもよいし、ファイルを電子メールで [miyatake@power.ee.sophia.ac.jp](mailto:miyatake@power.ee.sophia.ac.jp) 宛に送ってもよい。対応できるファイル形式は、Word, PDF, PostScript 等である。