大学院講義 「エネルギー変換装置」

2007 年 1 月 15 日 (月)

レポート課題について

上智大学 助教授　　宮武 昌史

レポート課題

本資料に示した 2 つの課題について、そのどちらか好きな方を選択し、レポートにまとめて提出すること。

締切は、2007 年 2 月 5 日 (月) の 13:00 とする。3-243B 室に直接紙で提出してもよいし、ファイルを電子メールで miyatake@power.ee.sophia.ac.jp 宛に送ってもよい。対応できるファイル形式は、Word, OpenOffice Writer, PDF, PostScript 等である。

【補足】線形計画法

ベクトル $\boldsymbol{x}$ を変数として、(1),(2) 式

$$\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{2}$$

の制約条件のもとで (3) 式

$$\boldsymbol{cx} \rightarrow \mathbf{min} \tag{3}$$

の目的関数を最小化（または最大化）する。なお、$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{b}$ は縦ベクトル、$\boldsymbol{c}$ は横ベクトルである。

この問題を解く確立された手法としてシンプレックス法があり、必ず最適解を見つけられるのが特徴である。また、計算機上で線形計画法を解くことのできるツールはいろいろあり、例えば Excel, Mathematica, MATLAB (+ Optimization Toolbox), LPSolve (C Program) などがある。これらは、不等号制約だけではなく、等号制約や整数変数もそのまま扱えるものもある。

本課題では、どこにでもある Excel を使うのが最も簡単であろう。ここでは解説しないが、もちろん他の方法でも構わない。

Excel は、ソルバーという機能を用いる。「ツール」メニュー内に「ソルバー」という項目があるはずである。なければ、「ツール」メニュー内の「アドイン」メニューで「ソルバー」のチェックをオンにする。使い方の詳細は、

`http://www.infra.kochi-tech.ac.jp/takagi/CL4_98/LP.html`

などを参照のこと。

1　レポート課題1：自然エネルギーによる電力供給モデル

図1に示す自然エネルギーを活用した電力供給モデルを考え、線形計画法を用いることにより設備規模および運用の最適化を行う。

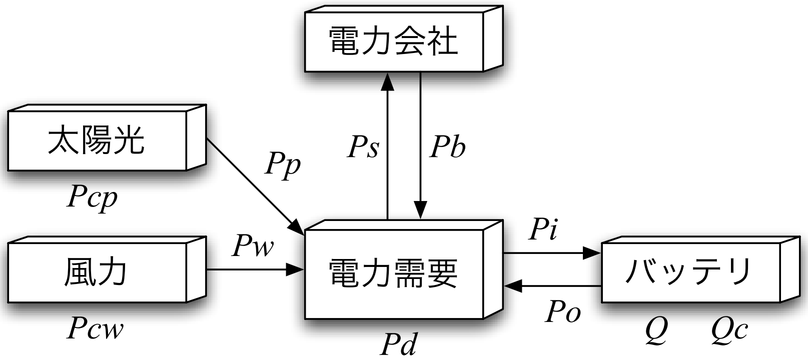

図1: **電気エネルギーの流れ**

1.1　使用する変数・定数

まず、ここで使用する変数や定数を表1にまとめる。(i) が付いているものは時間帯や季節数の分だけ変数があることを示す。ここでは、1日を朝(4:00〜10:00)、昼(10:00〜16:00)、夕(16:00〜22:00)、夜(22:00〜4:00)の4つに分けるが、季節による変化等を考慮しない。よって、$i = 1, 2, 3, 4$ であり、それぞれ朝、昼、夕、夜を表す。

ここでは、必要なエネルギーを全て電気で賄うオール電化住宅を想定している（ただし、給湯についてはとりあえず無視)。よって、表1の電気料金は、オール電化住宅向けのプランに準じている[1]。

電気料金の詳細は、

`http://www.tepco.co.jp/e-rates/custom/shiryou/tanka/dentou-j.html`（一般向け電気料金）
`http://www.tepco.co.jp/e-rates/custom/erabu/type_d/index-j.html`（電化上手）
`http://www.tepco.co.jp/partner/pricing-pc/shinene-j.html`（自然エネルギーの売電）

などを参照のこと。

1.2　制約条件式

1.2.1　需要と供給のバランス

電力の供給量は需要量以上でなくてはならない。左辺を供給、右辺を需要として、(4)式[2]の関係が得られる。

$$P_b(i) - P_s(i) + P_p(i) + P_w(i) - P_i(i) + P_o(i) \geq P_d(i) \tag{4}$$

1.2.2　自然エネルギー

太陽光の発電量に関しては、昼間の平均出力を設備容量の1/2以下、朝・夕の平均出力を設備容量の1/4以下とし、夜は発電できないと仮定する。したがって、(5)式の関係が得られる。

$$\left.\begin{array}{r} P_p(1) \leq \frac{1}{4}P_{cp} \\ P_p(2) \leq \frac{1}{2}P_{cp} \\ P_p(3) \leq \frac{1}{4}P_{cp} \\ P_p(4) \leq 0 \end{array}\right\} \tag{5}$$

[1]本当のプランは、時間帯がやや異なる。
[2]本来等式であるべきだが、等式より不等式の方が拘束が緩く、問題として解きやすいのであえてこうしている。（以下同様）

表 1: 変数・定数の説明

変数	単位	説明	ここでの値
P_{cb}	kW	契約電力の大きさ	5
P_{cp}	kW	太陽光の設備容量（最大発電量）	–
P_{cw}	kW	風力の設備容量（最大発電量）	–
Q_c	kWh	バッテリの設備容量（最大貯蔵量）	–
C_p	円 / kW	太陽光の単位容量あたり設備コスト	600,000
C_w	円 / kW	風力の単位容量あたり設備コスト	300,000
C_q	円 / kWh	バッテリの単位容量あたり設備コスト	100,000
$P_b(i)$	kWh / h	電力会社から購入する電力量（1時間平均）	–
$P_s(i)$	kWh / h	電力会社に売る電力量（1時間平均）	–
$C_e(1)$	円 / kWh	電力会社の電気料金（朝）	20
$C_e(2)$	円 / kWh	電力会社の電気料金（昼）	25
$C_e(3)$	円 / kWh	電力会社の電気料金（夕）	20
$C_e(4)$	円 / kWh	電力会社の電気料金（夜）	7
$P_d(i)$	kWh / h	電力需要（1時間平均）	表 2
$P_p(i)$	kWh / h	太陽光で発電した電力量（1時間平均）	–
$P_w(i)$	kWh / h	風力で発電した電力量（1時間平均）	–
$P_i(i)$	kWh / h	バッテリに充電された電力量（1時間平均）	–
$P_o(i)$	kWh / h	バッテリが放電した電力量（1時間平均）	–
$Q(i)$	kWh	バッテリが蓄えている電力量	–
α	–	T 時間後のバッテリ残量比	0.95
β	–	バッテリが1時間で放出できる電力量と設備容量との比	0.10
η	–	バッテリ充放電用コンバータ効率	0.95
T	h	1時間帯分の時間	6
Y	year	使用年数	10
K	–	売電／買電価格比	0.90

風力の発電量に関しては、時間帯によらず設備容量の 1/3 以下と仮定する。したがって、(6) 式の関係が得られる。

$$P_p(i) \leq \frac{1}{3}P_{cp} \tag{6}$$

1.2.3　バッテリ

バッテリの貯蔵量は、設備容量を超えてはならないので、(7) 式の関係が得られる。

$$Q(i) \leq Q_c \tag{7}$$

バッテリの入出力と貯蔵量には、(8) 式の関係がある。

$$\left.\begin{array}{ll} Q(1) \leq \alpha Q(4) + T\{\eta P_i(1) - \frac{1}{\eta}P_o(1)\} & (i=1) \\ Q(i) \leq \alpha Q(i-1) + T\{\eta P_i(i) - \frac{1}{\eta}P_o(i)\} & (i=2,3,4) \end{array}\right\} \tag{8}$$

バッテリは急速充放電は不可能であり、入出力エネルギーには容量に比例した大きさの上限がある。よって、(9) 式の関係が得られる。

$$\left.\begin{array}{l} P_i(i) \leq \beta Q_c \\ P_o(i) \leq \beta Q_c \end{array}\right\} \tag{9}$$

1.2.4　売電量の制約

売電量は、とりあえず自然エネルギー発電量を超えないものとする[3]。よって、(10) 式の関係が得られる。

$$P_s(i) \leq P_p(i) + P_w(i) \tag{10}$$

また、契約電力 P_{pc} 以上の売電もできないものとする[4]。

$$P_s(i) - P_b(i) \leq P_{cb} \tag{11}$$

1.2.5　変数そのものの制約

全変数は非負であるので、(12) 式が成り立つ[5]。

$$(\text{全変数}) \geq 0 \tag{12}$$

1.3　目的関数

全設備を Y 年間使用する[6]とし、設備の導入コスト（太陽光、風力、バッテリの購入代金）と Y 年間の運用コスト（電気料金）の和を最小化する。目的関数は (13) 式の通りとなる。年間の平均コストは E/Y で求められる。

$$\begin{aligned} E &= \underbrace{C_pP_{cp} + C_wP_{cw} + C_qQ_c}_{\text{設備コスト}} \\ &+ \underbrace{T \cdot 365 \cdot Y \cdot \sum_{i=1}^{4}\{C_e(i)P_b(i) - KC_e(i)P_s(i)\}}_{\text{運用コスト}} \end{aligned} \tag{13}$$

[3]この制約を付けないと、大量のバッテリを購入して、電気料金の安い夜に電気を大量に買って、昼に電力会社に売り付ける、という状況が発生する場合がある。

[4]当初のモデルにはなかった制約式。これを追加しないと、無限に大きな自然エネルギー装置を用意して、それを大量に電力会社に売るような非現実的な解が出る。

[5]Excel では、明示的に制約を与えなくても非負として処理する。

[6]超低金利時代のため、資本回収係数は考慮しないものとする

なお、係数 K は、現在の料金体系では売電と買電の価格が同じなので $K=1$ であるが、$K=1$ とすると、$P_b(i)-P_s(i)$ さえ同じなら $P_b(i), P_s(i)$ の値自体は何でもよいことになる。非負変数を使うとこのような表現になってしまうのだが、解の収束性を考えると問題がある。$P_b(i), P_s(i)$ はどちらかが 0 であるべきであり、$P_b(i), P_s(i)$ とも正の値を持たないよう工夫が必要となる。ここでは、とりあえず $K=0.9$ とし、買電価格の 90%の価格で自然エネルギーの電力を売ることができるとし、見かけ上の無駄な売買をなくしてどちらかの値が 0 になるようにしている。

1.4 需要データ

電力需要の例を表 2 に示す。

表 2: 1 時間あたりの需要

	朝電力 $P_d(1)$	昼電力 $P_d(2)$	夕電力 $P_d(2)$	夜電力 $P_d(2)$
	[kWh / h]	[kWh / h]	[kWh / h]	[kWh / h]
一般家庭	0.50	0.30	0.70	0.10

1.5 課題

1.5.1 予備問題

表 1, 2 等に与えられた初期条件で最適化を行ってみよ。

1.5.2 本題

このモデルが自分の家庭だとして、太陽光、風力やバッテリの価格がどこまで下がれば購入したいと思うか。このモデルを利用して検討し、数値的根拠とともに示せ[7]。

具体的には、太陽光や風力の価格を色々と変化させ[8]て、これらの設備の導入量の推移を見ればよい。横軸に価格、縦軸にその機器の設備量や総コストなどを取ったグラフを書かせると分かりやすい。

価格の下げ方は、どれか 1 つに着目してもよいし、複数を同時に変化させてもよいだろう。各自分析の仕方を工夫してみること。

需要データなどは与えられたものではなく、例えば、夜により多く使う、など自分の家庭の特徴に合わせたものを使用しても良い。条件設定は、様々に変えてみて解の傾向を見てみると面白い。各自の工夫を望む。

1.5.3 さらに余裕があれば…

1. 電気料金（買電）を表 1 の値から変えていくと、解にどのような変化があるかを調べよ。
2. 電気料金（売電）の買電に対する比率を表 1 の値から変えていくと、解にどのような変化があるかを調べよ。
3. 各式は不等号制約のため、等号が成立しないと途中でエネルギーが捨てられてしまう可能性がある。そこで、各式を等号にするとどのようなことが起こるかを調べよ。

[7] もちろん、ここで得られた結果は条件が変わったり、モデルで表現されていない要素を含めることで、大いに変わり得る。
[8] こういう分析を感度分析と呼ぶ。

2　レポート課題 2：コージェネレーションモデル

図 2 に示すコージェネレーションシステムを考え、線形計画法を用いることにより設備規模および運用の最適化を行う。このモデルでは、吸収式冷凍機部分の使用を前提とし、熱需要は温熱＋冷熱と考えている。

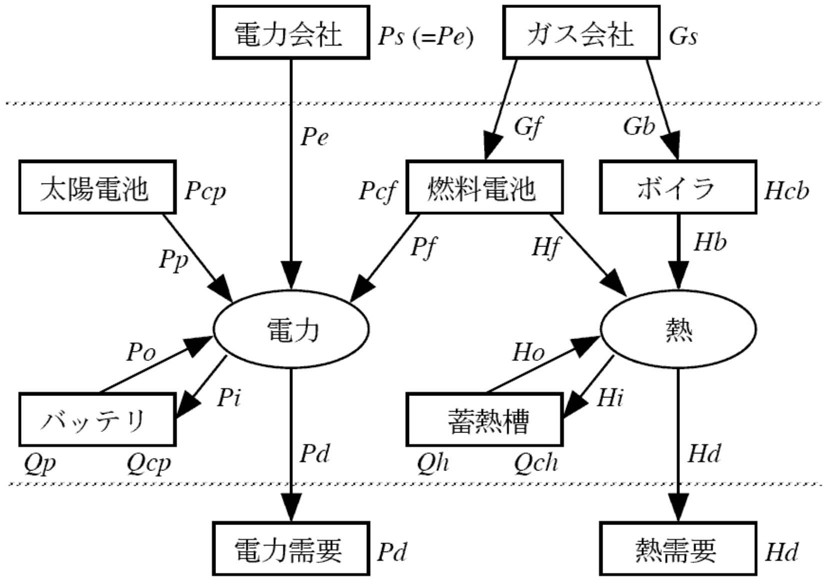

図 2: **電気・熱エネルギーの流れ**

2.1　使用する変数・定数

まず、ここで使用する変数や定数を表 3 にまとめる。(i) が付いているものは時間帯数の分だけ変数があることを示す。ここでは、1 日を昼と夜の 2 つに分けるだけで、季節による変化等を考慮しないため、$i = 1, 2$ であり、それぞれ昼・夜を表す。

2.2　制約条件式

2.2.1　需要と供給のバランス

電力の供給量は需要量以上でなくてはならない。左辺を供給、右辺を需要として、(14) 式[9]の関係が得られる。

$$P_e(i) + P_f(i) - P_i(i) + P_o(i) + P_p(i) \geq P_d(i) \tag{14}$$

熱の供給量は需要量以上でなくてはならない。左辺を供給、右辺を需要として、(15) 式の関係が得られる。

$$H_f(i) + H_b(i) - H_i(i) + H_o(i) \geq H_d(i) \tag{15}$$

ガス会社からの購入量は、燃料電池とボイラの使用量以上でなくてはならないので、(16) 式の関係が得られる。

$$G_s(i) \geq G_f(i) + G_b(i) \tag{16}$$

2.2.2　設備容量

燃料電池の電気出力は、設備容量を超えてはならないので、(17) 式の関係が得られる。

$$P_f(i) \leq P_{cf} \tag{17}$$

[9]本来等式であるべきだが、等式より不等式の方が拘束が緩く、問題として解きやすいのであえてこうしている。(以下同様)

表 3: 変数・定数の説明

変数	単位	説明	ここでの値
P_{cf}	kW	燃料電池の設備容量（最大発電量）	–
H_{cb}	Mcal / h	ボイラの設備容量（最大熱出力）	–
P_{cp}	kW	太陽電池の設備容量（最大発電量）	–
Q_{cp}	kWh	バッテリの設備容量（最大貯蔵量）	–
Q_{ch}	Mcal	蓄熱槽の設備容量（最大貯蔵量）	–
C_f	円 / kW	燃料電池の単位容量あたり設備コスト	250,000
C_b	円 / (Mcal/h)	ボイラの単位容量あたり設備コスト	10,000
C_p	円 / kW	太陽電池の単位容量あたり設備コスト	600,000
C_{qp}	円 / kWh	バッテリの単位容量あたり設備コスト	100,000
C_{qh}	円 / Mcal	蓄熱槽の単位容量あたり設備コスト	37,000
$P_s(i) = P_e(i)$	kWh / h	電力会社から購入する電力量（1 時間平均）	–
$G_s(i)$	Mcal / h	ガス会社から購入するガス量（1 時間平均）	–
C_p	円 / kWh	電力会社の電気料金	16
C_g	円 / Mcal	ガス会社のガス料金	11
$P_d(i)$	kWh / h	電力需要（1 時間平均）	表 4
$H_d(i)$	Mcal / h	熱需要（1 時間平均）	表 4
$G_f(i)$	Mcal / h	燃料電池に供給するガス量（1 時間平均）	–
$G_b(i)$	Mcal / h	ボイラに供給するガス量（1 時間平均）	–
$P_f(i)$	kWh / h	燃料電池で発電した電力量（1 時間平均）	–
$P_p(i)$	kWh / h	太陽電池で発電した電力量（1 時間平均）	–
$P_i(i)$	kWh / h	バッテリに充電された電力量（1 時間平均）	–
$P_o(i)$	kWh / h	バッテリが放電した電力量（1 時間平均）	–
$Q_p(i)$	kWh	バッテリが蓄えている電力量	–
$H_f(i)$	Mcal / h	燃料電池から回収した熱（1 時間平均）	–
$H_b(i)$	Mcal / h	ボイラで発生した熱（1 時間平均）	–
$H_i(i)$	Mcal / h	蓄熱槽に供給された熱（1 時間平均）	–
$H_o(i)$	Mcal / h	蓄熱槽が放出した熱（1 時間平均）	–
$Q_h(i)$	Mcal	蓄熱槽が蓄えている熱	–
η_p	–	燃料電池効率（電力）	0.35
η_h	–	燃料電池効率（熱）	0.40
η_b	–	ボイラ効率	0.90
α_p	–	T 時間後のバッテリ残量比	0.80
α_h	–	T 時間後の蓄熱槽残量比	0.70
T	h	1 時間帯分の時間	12
K	kWh / Mcal	Mcal を kWh に換算	1.16

燃料電池の熱出力も、設備容量を超えてはならないので、(18) 式の関係が得られる。燃料電池は電気的出力で容量を表すので、(18) 式では $\frac{\eta_h}{K\eta_p}$ をかけて熱出力を出している。

$$H_f(i) \leq \frac{K\eta_h}{\eta_p} P_{cf} \tag{18}$$

ボイラの出力は、設備容量を超えてはならないので、(19) 式の関係が得られる。

$$H_b(i) \leq H_{cb} \tag{19}$$

バッテリの貯蔵量は、設備容量を超えてはならないので、(20) 式の関係が得られる。

$$Q_p(i) \leq Q_{cp} \tag{20}$$

蓄熱槽の貯蔵量は、設備容量を超えてはならないので、(21) 式の関係が得られる。

$$Q_h(i) \leq Q_{ch} \tag{21}$$

太陽電池の発電量に関しては、昼間の平均出力を設備容量の半分以下とし、夜は発電できないと仮定する。したがって、(22) 式の関係が得られる。

$$\left.\begin{aligned} P_p(1) &\leq 0.5P_{cp} \\ P_p(2) &\leq 0 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

2.2.3 エネルギー変換装置

燃料電池のガス入力と電気出力には、(23) 式の関係がある。

$$P_f(i) \leq K\eta_p G_f(i) \tag{23}$$

燃料電池のガス入力と熱出力には、(24) 式の関係がある。

$$H_f(i) \leq \eta_h G_f(i) \tag{24}$$

ボイラのガス入力と熱出力には、(25) 式の関係がある。

$$H_b(i) \leq \eta_b G_b(i) \tag{25}$$

バッテリの入出力と貯蔵量には、(26) 式の関係がある。

$$\left.\begin{aligned} Q_p(1) &\leq \alpha_p Q_p(2) + T\{P_i(1) - P_o(1)\} \\ Q_p(2) &\leq \alpha_p Q_p(1) + T\{P_i(2) - P_o(2)\} \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

蓄熱槽の入出力と貯蔵量には、(27) 式の関係がある。

$$\left.\begin{aligned} Q_h(1) &\leq \alpha_h Q_h(2) + T\{H_i(1) - H_o(1)\} \\ Q_h(2) &\leq \alpha_h Q_h(1) + T\{H_i(2) - H_o(2)\} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

2.2.4 変数そのものの制約

全変数は非負であるので、(28) 式が成り立つ。

$$(\text{全変数}) \geq 0 \tag{28}$$

2.3 目的関数

全設備を 20 年間使用するとし、設備の導入コストと 20 年間の運用コストの和を最小化する。目的関数は (29) 式の通りとなる。

$$
\begin{aligned}
E &= \underbrace{C_f P_{cf} + C_p P_{cp} + C_b H_{cb} + C_{qp} Q_{cp} + C_{qh} Q_{ch}}_{\text{設備コスト}} \\
&+ \underbrace{T \cdot 365 \cdot 20 \cdot \sum_{i=1}^{2} \{ C_e P_e(i) + C_g G_s(i) \}}_{\text{運用コスト}} \qquad (29)
\end{aligned}
$$

2.4 需要データ

オフィスビル・ホテルの電力・熱需要例を表 4 に示す。

表 4: 1 時間あたりの需要

	昼電力 $P_d(1)$	夜電力 $P_d(2)$	昼熱 $H_d(1)$	夜熱 $H_d(2)$
	[kWh / h]	[kWh / h]	[Mcal / h]	[Mcal / h]
オフィスビル	1460	346	1030	105
ホテル	1040	779	20600	16100

2.5 課題

2.5.1 予備問題

表 3, 4 等に与えられた初期条件で最適化を行ってみよ。需要データは、表 4 のいずれか好きな方を用いよ。

2.5.2 本題

このモデルにおいて、太陽光、燃料電池やバッテリの価格がどこまで下がれば購入すべきと思うか。このモデルを利用して検討し、数値的根拠とともに示せ[10]。

具体的には、太陽光や燃料電池の価格を色々と変化させ[11]て、これらの設備の導入量の推移を見ればよい。横軸に価格、縦軸にその機器の設備量や総コストなどを取ったグラフを書かせると分かりやすい。

価格の下げ方は、どれか 1 つに着目してもよいし、複数を同時に変化させてもよいだろう。各自分析の仕方を工夫してみること。

需要データなどは与えられたものではなく、例えば、夜により多く使う、など身近な例に合わせたものを使用しても良い。条件設定は、様々に変えてみて解の傾向を見てみると面白い。各自の工夫を望む。

2.5.3 さらに余裕があれば…

1. 電気料金を表 3 の値から変えていくと、解にどのような変化があるかを調べよ。
2. ガス料金を表 3 の値から変えていくと、解にどのような変化があるかを調べよ。
3. 蓄熱槽の価格を表 3 の値から変えていくと、解にどのような変化があるかを調べよ。
4. ボイラの価格を表 3 の値から変えていくと、解にどのような変化があるかを調べよ。
5. 各式は不等号制約のため、等号が成立しないと途中でエネルギーが捨てられてしまう可能性がある。そこで、各式を等号にするとどのようなことが起こるかを調べよ。

[10] もちろん、ここで得られた結果は条件が変わったり、モデルで表現されていない要素を含めることで、大いに変わり得る。
[11] こういう分析を感度分析と呼ぶ。

3　レポート課題を行う際の注意

3.1　計算結果のまとめ方

計算結果は、目的関数（総コスト）だけではなく、各変数の値にも着目して考察せよ。特に、各設備の導入量 (P_{cp}, P_{cw}, Q_c etc.) や、売買電力量 (P_b, P_s etc.) は重要である。また、各時間帯の電力が何で賄われているかも確かめよ。場合によっては、貴重なエネルギーが捨てられていることもあり得る。

演習の計算結果は、レポートとしてまとめること。まとめる際は、図 3 のような棒グラフや折れ線グラフ等を用い、横軸と縦軸を何にすべきかを考え、工夫してわかりやすく結果を示すこと。結果だけではなく、例えば「太陽電池とバッテリの価格低下が同時に起こらないと導入は厳しい」などの考察も忘れないこと。

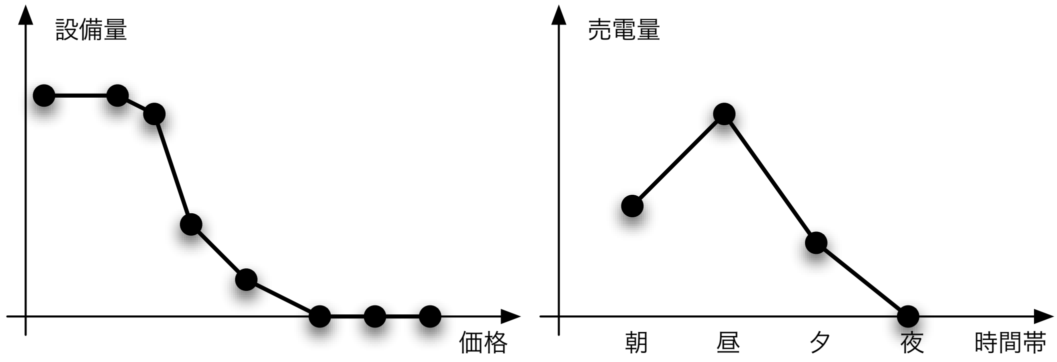

図 3: **グラフの例**

3.2　Excel ファイルの配布

本演習を自力で短時間のうちにこなすのは難しいと考え、予め各数値や式を作成して線形計画問題を解けるような状態にした Excel ファイルを配布する。指定された場所の数値を変更してソルバーで計算させるだけで、最低限の最適化計算ができるはずである。

ファイルは下記のアドレスからダウンロードできる。2006 年度版を使用すること。

`http://power.ee.sophia.ac.jp/~miyatake/lecture/energy/`

間違いがあるかもしれないので、念のため確認して用いること。

時々、収束しないなど、計算に問題が生じることがある（特に課題 1 において)。この場合、ソルバーのパラメータ設定ウィンドウの右側にある「オプション」をクリックし、反復回数を増やしたり、精度や収束条件を粗くするなど、色々といじれば計算できるようになることが多い。