

補足資料 ～ ベクトル制御 ～

上智大学 講師

宮武 昌史

固定子の3相を直交2相に変換した誘導機のモデルを、図1のように考える。また、その時の座標系は、図2のように取る。 a, b 軸は回転子(2次側)に同期して回転している座標系である。この時、固定子(1次側)に固定された α, β 軸とは θ_r だけ角度がずれているとする。

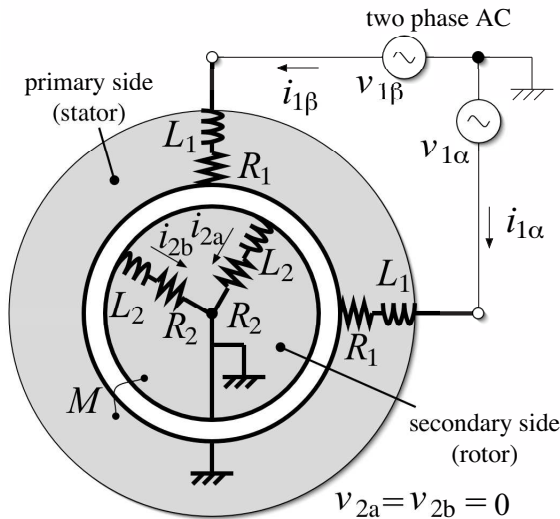


図 1: 誘導機のモデル

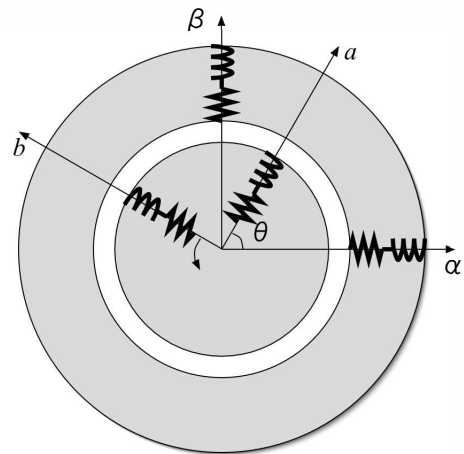
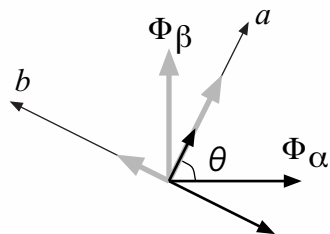


図 2: 座標系の定義

その場合、固定子巻線の電流が作り出す磁束を Φ_α, Φ_β とすると、回転子巻線 a, b に鎖交する磁束 Φ_a, Φ_b は、ベクトルの的に分解合成すると、図3の関係を持つ。回転子の電流による磁束が固定子巻線に鎖交する量も同様に考えればよい。

鎖交磁束には次のような関係がある。



$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_\alpha \\ \Phi_\beta \end{bmatrix}$$

その逆変換は次の通り。

$$\begin{bmatrix} \Phi_\alpha \\ \Phi_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \end{bmatrix}$$

図 3: 磁束の成分分解

$\theta_r = 0$ の時の相互インダクタンスを M とすると、 $\Phi_\alpha = Mi_{1\alpha}, \Phi_\beta = Mi_{1\beta}$ となる。上記の相互鎖交磁束の関係を考慮して、1次側の電圧方程式を立てると、(1)式となる。

$$\begin{bmatrix} v_{1\alpha} \\ v_{1\beta} \end{bmatrix} = (R_1 + pL_1) \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} + pM \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2次元ベクトルを複素数で表すと、(2)式となる。

$$v_1 = (R_1 + pL_1)\dot{i}_1 + pMe^{j\theta_r}\dot{i}_2 \quad (2)$$

同様に、2次側の電圧方程式は (3) 式、それを複素数で表現したものが (4) 式となる。

$$\begin{bmatrix} v_{2a} \\ v_{2b} \end{bmatrix} = (R_2 + pL_2) \begin{bmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \end{bmatrix} + pM \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{v}_2 = (R_2 + pL_2)\dot{i}_2 + pMe^{-j\theta_r}\dot{i}_1 \quad (4)$$

これを、図4に示す静止した座標系 α, β からみた場合を考える。

$$v_2 = e^{j\theta_r}\dot{v}_2', \quad \dot{i}_2 = e^{j\theta_r}\dot{i}_2' \quad (5)$$

(2) 式に (5) を代入。

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= (R_1 + pL_1)\dot{i}_1 + pMe^{j\theta_r}(e^{-j\theta_r}\dot{i}_2') \\ &= (R_1 + pL_1)\dot{i}_1 + pM\dot{i}_2' \end{aligned} \quad (6)$$

(4) 式に $e^{j\theta_r}$ をかけて (5) を代入。

$$\begin{aligned} e^{j\theta_r}\dot{v}_2' &= e^{j\theta_r}(R_2 + pL_2)\dot{i}_2' + e^{j\theta_r}pMe^{-j\theta_r}\dot{i}_1 \\ \dot{v}_2 &= e^{j\theta_r}(R_2 + pL_2)(e^{-j\theta_r}\dot{i}_2') + e^{j\theta_r}pMe^{-j\theta_r}\dot{i}_1 \\ &= e^{j\theta_r} \left\{ R_2e^{-j\theta_r}\dot{i}_2' + L_2(pe^{-j\theta_r})\dot{i}_2' + L_2e^{-j\theta_r}(p\dot{i}_2') \right\} \\ &\quad + e^{j\theta_r} \left\{ M(pe^{-j\theta_r})\dot{i}_1' + Me^{-j\theta_r}(p\dot{i}_1') \right\} \\ &= (R_2 + pL_2)\dot{i}_2' - j(p\theta_r)L_2\dot{i}_2' - j(p\theta_r)M\dot{i}_1' + pM\dot{i}_1' \end{aligned} \quad (7)$$

$p\theta_r = \omega_r$ であるから、(8) 式のように整理でき、速度起電力の項が現れていることが分かる。

$$\dot{v}_2 = pM\dot{i}_1' + (R_2 + pL_2)\dot{i}_2' - \underbrace{j\omega_r(M\dot{i}_1' + L_2\dot{i}_2')}_{\text{速度起電力の項}} \quad (8)$$

(6),(8) 式を整理してベクトルに直したのが、教科書の (4-13) 式である。

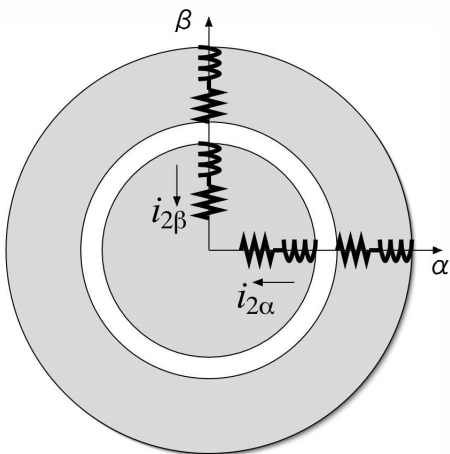


図 4: 静止座標系への変換

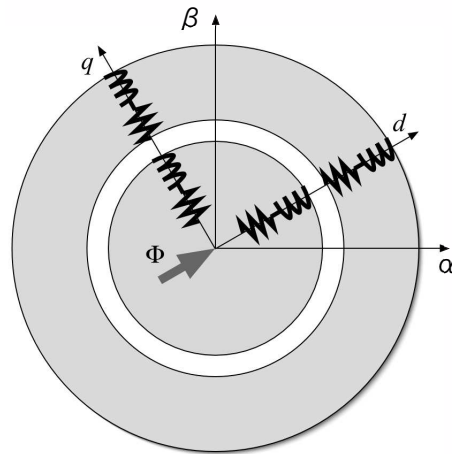


図 5: d - q 軸への変換

さらに、静止座標を、図5のように回転磁界に同期して回転する座標 d, q 軸に変換する。なお、 d, q 軸の角速度、すなわち回転磁界の角速度は、回転子自体の機械的角速度と同じではない。