学部講義 「電気機器学」 2004年12月1日(水)

演習問題 No.5

学生番号 ____________ 氏名 ____________________

by Miyatake with pLaTeX 2ε

1 3相ー2相変換

3相の対称な交流

$$a = \cos(\omega t), b = \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), c = \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{1}$$

を想定するとき、

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \tag{2}$$

の変換を行うと、

$$\begin{aligned} \alpha &= \boxed{\quad\quad} \cos\left(\boxed{\quad\quad} \right) \\ \beta &= \boxed{\quad\quad} \sin\left(\boxed{\quad\quad} \right) \end{aligned} \tag{3}$$

となり、位相差 $\boxed{\quad\quad}$ の2相交流となる。

ヒント：加法定理

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

2 2相ー2相変換

図1のように、直交座標 $\alpha - \beta$ と、それと角 ωt をなす座標 $d - q$ を考える。(座標 $d - q$ は回転している)

$$\begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega t & \sin\omega t \\ -\sin\omega t & \cos\omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \tag{4}$$

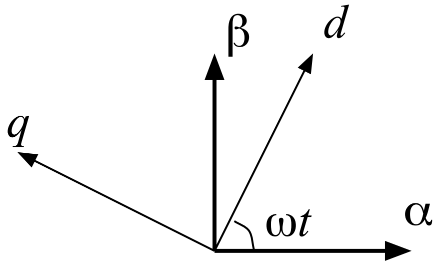

図 1: 座標軸の設定

ここで、２つの直交座標軸 $\alpha-\beta, d-q$ を (5) 式の複素数で表す。

$$\gamma=\alpha+j\beta, \quad c=d+jq \tag{5}$$

このとき、(4) 式と (6) 式が同値であることを示す。

$$c=e^{-j\omega t}\gamma \tag{6}$$

$$\text{ただし、}\ e^{-j\omega t}=\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

(6) 式に (5) を代入して計算すると、(7) 式となる。

$$d+jq=\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}+j\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad} \tag{7}$$

この実部と虚部を比べると、(4) 式と等しいことが分かる[1]。よって、２相どうしの変換であれば、複素ベクトルでも扱うことができ、こちらの方が扱いやすいことも多い。

ここで、$\gamma=\cos(\omega t+\theta)+j\sin(\omega t+\theta)=e^{j(\omega t+\theta)}$ の２相交流を考えると、

$$c=\boxed{\qquad\qquad} \tag{8}$$

となり、$d-q$ 軸上では周波数が 0 、すなわち直流となることが分かる。

[1](4) 式と (6) 式の両辺を微分したものも同値となる。余裕があればやってみよ。ただし、$\theta=\omega t, \alpha, \beta$ とも時間変化するので、その積を微分する際には注意。